

## <解説> 広告媒体の到達率推定モデル

株式会社 ビデオリサーチ 常務取締役 木戸 茂

広告媒体計画の評価指標として広告業界では「有効リーチ」あるいは、「有効フリークエンシー」の概念が一般に用いられている。広告の到達回数分布（Frequency Distribution）の推定が重視される背景としては、Krugman(1972,1977)の3ヒット・セオリー（Three-exposure-theory）を根拠とした「3＋リーチ」ルールの普及がある。単純なリーチと平均フリークエンシーによる広告管理からより洗練された広告管理システムへの進化である。到達回数分布の推定の代表的なモデルとしては Metheringham(1964)のベータ2項分布（Beta-Binomial Distribution：BBD）モデルが挙げられる。このBBDモデルはテレビと雑誌に関しては事実上の世界標準の推定モデルである。このモデルの際立った特長としては、推定結果が正確であること、推定に必要なパラメータの数が少ないこと（2個）、計算が簡単であるため処理速度が速いこと等が挙げられる。注（1）

日本においても1970年代から、それまで主流であった曲線回帰や指数関数による到達率の推定モデルが到達回数分布の推定モデルへと移行した。以下はBBDモデルの理論的根拠と計算ロジックである。

### 1. 数学モデルによる到達回数分布の推定

#### 1.1 ベータ2項分布（BBD）モデルの理論的根拠と仮説

- 1) 媒体接触する確率 $P$ は対象者ごとに異なるものとしても、対象者全体の中で確率 $P$ の分布は、 $\beta$ （ベータ）分布に従っている。
- 2) 媒体接触する確率 $P$ が一定である対象者をグループにくくった場合、 $N$ 回の接触回数の分布は二項分布で与えられる。

\* 以上のことから、全体の対象者の中で接触回数の分布は、ある一定の確率 $P$ をもったグループごとの二項分布をそのグループの大きさ（ $\beta$ 分布で与えられる）をウェイトとして積算すれば求めることができる。

\* たとえば、対象者に一個ずつサイコロを持たせる。

このサイコロを $N$ 回ふらせて「2」の目が出る回数を数える。これによって「2」の目が出た回数ごとの対象者の分布をとる。

もし、全てのサイコロが均質で「2」の目が出る確率が同じであれば、この分布は二項分

布に従う。

しかし、サイコロが均質でなく偏っていて、「2」の出る確率がひとつひとつ異なっているならば、二項分布でなくなる。そこで、このような場合に「2」の出る確率が同じであるサイコロをもっている対象者をひとつのグループにまとめてしまえば、このグループの中では回数分布は二項分布になる。

全グループの合計の分布を求めるには、対象者へのサイコロの配り方によって一定の確率のサイコロをもっているグループの大きさがわかれば、これをウェイトとして二項分布を合計すればよいことになる。

つまり、このグループの大きさが $\beta$ 分布で与えられると仮定するのが BBD モデルである。

図1  $\beta$ 分布

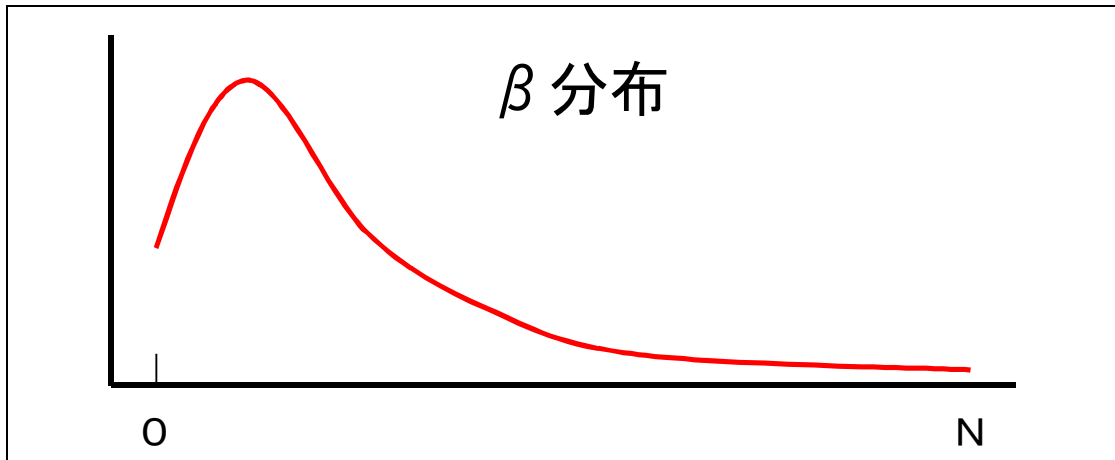
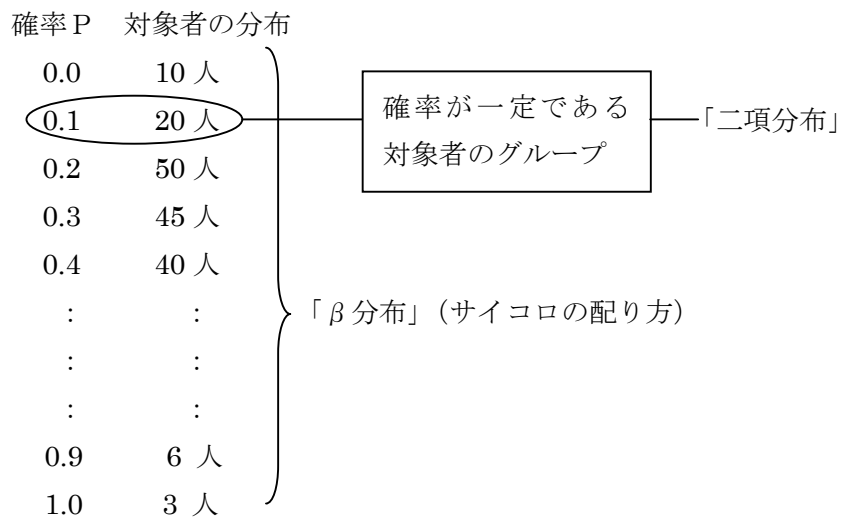


図2 接触回数の分布



## 1.2 数式の定義

BBD モデルは (1) 式の二項分布と (2) 式の  $\beta$  分布の確率密度関数を合成した (3) 式の接触確率の分布モデルである。

(1) 二項分布

$$\phi(k | p) = {}_N C_k p^k (1-p)^{N-k}$$

(2)  $\beta$  分布

$$\beta(p | l, m) = \frac{1}{B(l, m)} p^{l-1} (1-p)^{m-1}$$

(3) 接触回数の分布

$$\begin{aligned} f(k) &= \int_0^1 \phi(k | p) \beta(p | l, m) dp \\ &= \frac{{}_N C_k B(l+k, m+N-k)}{B(l, m)} \end{aligned}$$

〈証明〉

$$\begin{aligned} f^*(k) &= \int_0^1 {}_N C_k p^k (1-p)^{N-k} \cdot \frac{p^{l-1} (1-p)^{m-1}}{B(l, m)} dp \\ &= \frac{{}_N C_k}{B(l, m)} \int_0^1 p^{l+k-1} (1-p)^{m+N-k-1} dp \\ &= {}_N C_k \frac{B(l+k, m+N-k)}{B(l, m)} \end{aligned}$$

## 1.3 計算方法

到達率及び接触回数の分布に関する実際の計算は、パラメーター  $l, m$  が既に与えられるならば、次の式で行える。

1) 到達率の計算

$$(1) \quad f(0) = \frac{m(m+1)\dots(m+N-1)}{(l+m)(l+m+1)\dots(l+m+N-1)}$$

によって、到達率(Reach)は

$$(2) \quad \text{Reach} = 1 - f(0)$$

2) 接触回数の分布の計算

$$(3) \quad f(k+1) = f(k) \times \frac{N-1}{k+1} \times \frac{l+1}{m+N-k-1}$$

ただし、 $N$  は出稿回数、 $k=0,1,2,\dots,N-1$

#### 1.4 実測データによるパラメータ $l, m$ の決定方法

\* 到達率のモデルに関係なく、一般に次の式が成立する。

$$(4) \quad {}_N C_k \cdot \overline{P}_k = \sum_{i=k}^N {}_i C_k f(i) \quad (1 \leq k \leq N)$$

${}_N C_k$ : 二項係数

$\overline{P}_k$ :  $N$ 時点の中から取った任意の  $k$  時点の重複視

聴率のあらゆる組合せについての平均

$f(i)$ : 視聴回数  $i$  回の視聴者の割合

この式の左辺に実測値から算出した  $\overline{P}_k$  を入れ、右辺にパラメータを含んだ  $f(i)$  の式を入れれば、パラメータについての方程式が得られる。これを解いてパラメータを決定する。パラメータの数は二つだけなので実際には  $\overline{P}_1$  及び  $\overline{P}_2$  についての方程式を用いることになる。

BBD モデルの場合のパラメータを決定する方程式は、右辺の和を計算すると、

$$\overline{P}_1 = \frac{l}{l+m}$$

$$\overline{P}_2 = \frac{l}{l+m} \cdot \frac{l+1}{l+m+1}$$

になる。これを解いて、 $l, m$  は

$$l = \frac{\overline{P}_1(\overline{P}_1 - \overline{P}_2)}{\overline{P}_2 - \overline{P}_1^2}$$

$$m = \frac{(1 - \overline{P}_1)(\overline{P}_1 - \overline{P}_2)}{\overline{P}_2 - \overline{P}_1^2}$$

従って、データによって平均接触率 $\overline{P}_1$ 及び平均重複接触率 $\overline{P}_2$ を求めることができれば、モデルのパラメータ、 $l, m$ を決定することができる。

### 1.5 パラメータ決定のためのデータ

パラメータ、 $l, m$ を定めるためにはデータとして $\overline{P}_1$ 及び $\overline{P}_2$ が必要であるが、これは通常2つの方法で求めることが多い。

方法1：広告の接触率及び2つの広告（時点）間の重複接触率のマトリックスから平均値を求める方法。（ $\overline{P}_1$ 及び $\overline{P}_2$ はこのマトリックスから平均値を求めるだけで算出される。）

(1)  $\overline{P}_1$

$\overline{P}_1$ は平均視聴率であるから、とり上げているN時点の視聴率 $P_i$ から作成できる

$$\overline{P}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i$$

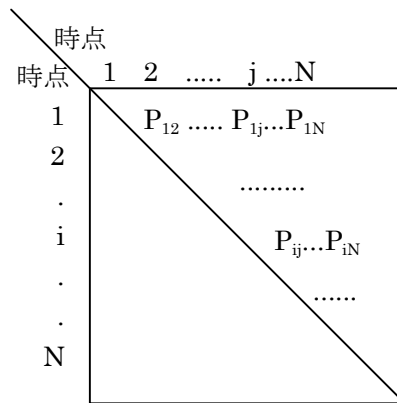
(2)  $\overline{P}_2$

$\overline{P}_2$ はN時点のうちの任意の2時点の重複視聴率の平均であるから、あ

あらゆる2時点の組合せについて重複視聴率  $P_{ij}$  を実測して下図のマトリックスを埋めれば作成できる。

$$\bar{P}_2 = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} P_{ij}$$

図3 重複マトリックス



現実にはテレビ、ラジオの時点は膨大になり、すべての組合せについて  $P_{ij}$  を計算しておくことは著しく不経済であるから、 $P_{ij}$  を毎回実測によらないで推定する方法が必要である。

方法2：N回の出稿による接触回数の分布データそのものから平均値を求める方法。

この方法はテレビ番組の最初の2回ないし3回の実測分布から13回分の到達状況を予測する場合などに使われる。同様に、雑誌などの広告計画では各ビークルの平均接触率 $\overline{P}_1$ 及び平均重複接触率 $\overline{P}_2$ とビークル間の $\overline{P}_2$ のデータがあれば下記の方法で計画回分の到達状況の予測が可能となる。

$$(3) \overline{P}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N iF_i$$

$$(4) \overline{P}_2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=2}^N i(i-1)F_i$$

但し、回数*i*の分布比率を $F_i$ とする。

図4 接触回数の分布データ

回数 $i$	比率 $F_i$	$P_1$	$P_2$
0	$F_0$	$0 \cdot F_0$	0
1	$F_1$	$1 \cdot F_1$	$1 \cdot 0 \cdot F_1$
2	$F_2$	$2 \cdot F_2$	$2 \cdot 1 \cdot F_2$
3	$F_3$	$3 \cdot F_3$	$3 \cdot 2 \cdot F_3$
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
$i$	$F_i$	$i \cdot F_i$	$i \cdot (i-1) \cdot F_i$
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
$N$	$F_N$	$N \cdot F_N$	$N \cdot (N-1) \cdot F_N$

(注)  $0 < F_i < 1$



## 1.6 接触回数分布推定の作業ステップ

BBD モデルによって接触回数の分布及び到達率を推定するための作業ステップは、

- (1) 出稿回数（時点数）のデータ入力
- (2) ① 各出稿回（時点）の接触率及び二時点間の重複接触率のデータ入力  
② または、実測の接触回数分布からのデータ入力
- (3) 平均接触率  $\overline{P}_1$  の計算及び二時点間平均重複接触率  $\overline{P}_2$  の計算
- (4) モデルにインプットすべきパラメータの計算
- (5) 接触回数分布のモデル計算

### 1.7 パラメーターの条件及び平均接触率、平均重複接触率の間の制約

モデルのベースとなっている  $\beta$  分布のパラメーター  $l, m$  について  $l > 0, m > 0$  という条件が課されている。(これは  $\beta$  関数  $B(l, m)$  の収束条件に他ならない。) 回数分布  $f(k)$  を求める時の積分は  $l$  が  $l+k$  になり、 $m$  が  $m+N-k$  になるだけであるから収束の条件は常に満たされている。(  $k \geq 0, N-k \geq 0$  )

以上によってパラメーター  $l, m$  に課せられる条件は

$$l = \frac{P_1(P_1 - P_2)}{P_2 - P_1^2} > 0 \quad (1)$$

$$m = \frac{(1 - P_1)(P_1 - P_2)}{P_2 - P_1^2} > 0 \quad (2)$$

の2式で表わされる。これに加えて、 $P_1$  は平均接触率であるから常に

$$0 < P_1 < 1 \quad (3)$$

をみたしていることを考慮すれば、(1),(2)より

$$P_1^2 < P_2 < P_1 \quad (4)$$

の制約が導かれることは明らかである。

<参考文献>

松井 隼 (作成年不明)「松井メモ：メソリンガムモデルとその周辺」、手稿、(電子活字版：2003)

木戸 茂 (2004)『広告マネジメント』朝倉書店。

Krugman, Herbert E. (1972), "Why Three Exposures May Be Enough," *Journal of Advertising Research* 12:6, pp.11-14.

Krugman, Herbert E. (1977), "Memory without Recall, Exposure without Perception," *Journal of Advertising Research* 17:4, pp.7-12.

Metheringham, R. (1964), "Measuring the Net Cumulative Coverage of a Print Campaign", *Journal of Advertising Research*, Vol.4, pp. 23-28.

注(1)

松井氏のこの分野への貢献の一つは高速かつ実用的な計算方法の開発とその数学的根拠を証明したことである。

尚、この解説文は「松井メモ」を参考に木戸(2004)の第3章を要約・加筆・修正したものである。